(۱) مختصات گره‌ها و بردار درجه‌های آزادی یک جزء تیر اویلر-برنولی به‌صورت زیر داده شده‌اند.

$$\begin{bmatrix} x_1^{(e)} & x_2^{(e)} \end{bmatrix} = [1.5 \quad 3.5] \text{ (m)}$$

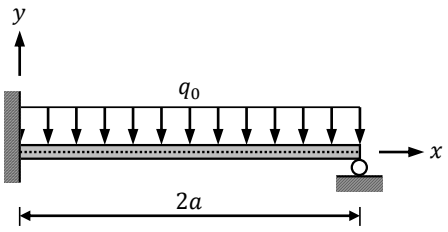
$$\mathbf{d}^{(\mathrm{e})} = \begin{bmatrix} v_1^{(e)} = -15 \text{ (mm)} \\ \theta_1^{(e)} = -0.25 \text{ (rad)} \\ v_2^{(e)} = -20 \text{ (mm)} \\ \theta_2^{(e)} = -0.20 \text{ (rad)} \end{bmatrix}$$

با استفاده از تابع‌های شکل جزء تیر اویلر-برنولی، جابه‌جایی عرضی و زاویه‌ی دوران مقطع را برای سه نقطه‌ی A، B و C از این جزء که مختصات آن‌ها

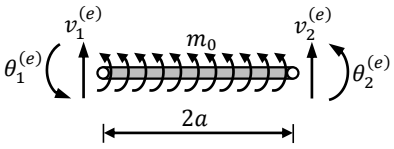
$$x_{\mathrm{A}} = 2 \text{ (m)} \quad , \quad x_{\mathrm{B}} = 2.5 \text{ (m)} \quad , \quad x_{\mathrm{C}} = 3 \text{ (m)}$$

است، محاسبه کنید. یادآوری می‌شود تابع‌های شکل جزء تیر اویلر-برنولی که در محدوده‌ی $-a \le x \le a$ قرار گرفته، به‌صورت رابطه‌های زیر است.

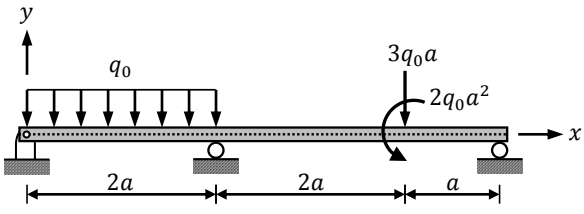
$$\mathbf{N}^{(\mathrm{e})\,\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} N_{1v}^{(e)}(x) = \frac{1}{4}\left(2 - 3\left(\frac{x}{a}\right) + \left(\frac{x}{a}\right)^3\right) \\ N_{1\theta}^{(e)}(x) = \frac{1}{4}a\left(1 - \left(\frac{x}{a}\right) - \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right)^3\right) \\ N_{2v}^{(e)}(x) = \frac{1}{4}\left(2 + 3\left(\frac{x}{a}\right) - \left(\frac{x}{a}\right)^3\right) \\ N_{2\theta}^{(e)}(x) = \frac{1}{4}a\left(-1 - \left(\frac{x}{a}\right) + \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right)^3\right) \end{bmatrix}$$



(۲) با استفاده از تنها یک المان تیر دوگره‌ای اویلر-برنولی، جابه‌جایی بیشینه را در مسأله‌ی تیر شکل روبرو به‌دست آورید. نتیجه را با پاسخ حاصل از تحلیل تغییرشکل تیرها که در درس مقاومت مصالح آموخته‌اید، مقایسه کنید.



(۳) برای جزء تیر اویلر-برنولی دوگره‌ای که گشتاور گسترده‌ی یکنواخت با شدت ثابت $m_0\left(\frac{\mathrm{N.m}}{\mathrm{m}}\right)$ بر آن وارد می‌شود، بردار نیروی المانی، $\mathbf{f}_{\mathrm{elem}}^{(e)}$، را به‌دست آورید. برای این منظور، ابتدا رابطه‌ای برای پتانسیل نیروهای خارجی، W_{ext}، ناشی از m_0 به‌دست آورید. سپس با محاسبه‌ی مشتق آن بر حسب بردار درجه‌های آزادی المانی، $\mathbf{d}^{(\mathrm{e})}$، بردار نیروی المانی $\mathbf{f}_{\mathrm{elem}}^{(e)}$ ناشی از m_0 را به‌دست آورید.



(۴) تغییرشکل تیر نشان داده شده در شکل روبرو را با استفاده از روش اجزای محدود و به‌کارگیری سه جزء تیر اویلر-برنولی، تحلیل کنید. منحنی تیر پس از تغییرشکل را رسم و جابه‌جایی بیشینه‌ی تیر و موقعیت آن‌را به‌دست آورید. هم‌چنین با استفاده از فرمول‌بندی اجزای محدود، توزیع تنش را در تیر محاسبه کنید. سفتی خمشی تیر، EI ، ثابت است و فرض کنید $q_0 = \frac{1}{100}\frac{EI}{a^3}$. هم‌چنین برای محاسبه‌ی تنش بیشینه در تیر، فرض کنید عرض تیر $h = \frac{1}{20}a$ است و تار خنثا در وسط عرض تیر است.