باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی اصفهان- دانشکده‌ی مهندسی مکانیک

تکلیف دهم طراحی به‌کمک کامپیوتر | نیم‌سال اول تحصیلی ۹۸-۹۹ | زمان تحویل: دوشنبه ۱۳۹۸/۹/۴

(۱) مسأله‌ی تحلیل تغییرشکل پیوسته‌ی یک‌بعدی به‌روش اجزای محدود در نظر بگیرید.

الف- برای جزء میله‌ای دوگره‌ای که مدول یانگ آن ثابت و سطح مقطع میله به‌صورت خطی از $A^{(e)}\left(x=x_1^{(e)}\right)=A_1^{(e)}$ در گره‌ی ۱ به $A^{(e)}\left(x=x_2^{(e)}\right)=A_2^{(e)}$ در گره‌ی ۲ تغییر می‌کند، ماتریس سفتی را محاسبه کنید.

ب- برای جزء میله‌ای سه‌گره‌ای که در آن فاصله‌ی گره‌ها برابر است، با فرض آن‌که مدول یانگ و سطح مقطع ثابت باشد، ماتریس سفتی را محاسبه کنید.

(۲) برای مسأله‌ی انتقال گرمای هدایتی یک‌بعدی، معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر آن به‌وسیله‌ی رابطه‌ی زیر بیان می‌شود.

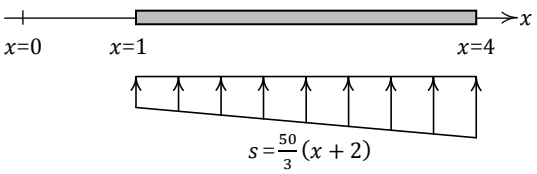
$$\frac{d}{dx}\left(Ak\frac{dT}{dx}\right)+s(x)=0 \quad , \quad 0<x<l$$

با استفاده از شکل ضعیف حاکم بر این مسأله و با فرض جزء یک‌بعدی دوگره‌ای:

الف- ماتریس سفتی را برای جزء میله‌ای دوگره‌ای که سطح مقطع آن ثابت است و ضریب هدایت گرمایی آن به‌صورت خطی از $k^{(e)}\left(x=x_1^{(e)}\right)=k_1^{(e)}$ در گره‌ی ۱ به $k^{(e)}\left(x=x_2^{(e)}\right)=k_2^{(e)}$ در گره‌ی ۲ تغییر می‌کند، به‌دست آورید.

ب- بردار نیروی المانی را برای جزء میله‌ای دوگره‌ای که نرخ تولید گرما بر واحد طول جزء به‌صورت خطی از $s^{(e)}\left(x=x_1^{(e)}\right)=s_1^{(e)}$ در گره‌ی ۱ به $s^{(e)}\left(x=x_2^{(e)}\right)=s_2^{(e)}$ در گره‌ی ۲ تغییر می‌کند، به‌دست آورید.

(۳) مسأله‌ی انتقال گرمای هدایتی یک‌بعدی در میله‌ی شکل روبرو که سطح مقطع میله ثابت و برابر واحد و ضریب هدایت گرمایی میله نیز ثابت و برابر $k=5\frac{\mathrm{W}}{(^\circ\mathrm{C})\mathrm{m}}$ است و منبع گرمایی گسترده با تغییرات خطی $s=\frac{50}{3}(x+2)$ به آن اعمال شده را در نظر بگیرید. اندازه‌ها در شکل بر حسب متر هستند.



اگر شرایط مرزی مسأله به‌صورت دمای معلوم $T(x=1)=50(^\circ\mathrm{C})$ و $T(x=4)=0(^\circ\mathrm{C})$ باشد، با استفاده از حل اجزای محدود و به‌کارگیری سه جزء دوگره‌ای با طول مساوی، توزیع دما، $T(x)$، و شار گرمایی، $q(x)$، را در امتداد میله به‌دست آورید.