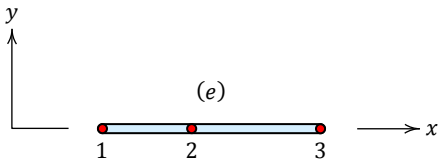
(۱) برای همگرایی پاسخ شبیه‌سازی اجزای محدود، لازم است دو شرط "کامل بودن مرتبه" و "سازگاری" در تابع تقریب برآورده شود. هر یک از این دو شرط را به صورت کوتاه شرح دهید.

یک مسأله‌ی یک-بعدی را در نظر بگیرید که تابع تقریب در بازه‌ی یک جزء، به‌صورت یک تابع چند-جمله‌ای انتخاب شود. شرح دهید که آیا شرط سازگاری (پیوستگی تابع تقریب) در بازه‌ی جزء برآورده می‌شود؟ در چه صورت سازگاری تابع تقریب در همه‌ی سراسر دامنه‌ی مسأله برآورده می‌شود؟

(۲) یک جز سه-گره‌ای برای مسأله‌ی یک-بعدی، همانند شکل روبرو، را در نظر بگیرید. این جزء دو گره در ابتدا و انتها و یک گره‌ی میانی دارد. مختصه‌های این سه گره بر پایه‌ی شماره‌گذاری گره‌ها در شکل، به‌ترتیب $x_1^{(e)}$، $x_2^{(e)}$ و $x_3^{(e)}$ است. تابع تقریب دربازه‌ی این جزء را به‌صورت یک چند-جمله ای درجه‌ی دوم انتخاب کنید. سپس همانند روشی که برای جزء یک-بعدی دو-گره‌ای در کلاس ارائه شد، تابع‌های شکل این سه گره را به‌دست آورید. نشان دهید که این سه تابع شکل به‌صورت رابطه‌های زیر هستند.



$$N_1^{(e)}(x)=\frac{\left(x-x_2^{(e)}\right)\left(x-x_3^{(e)}\right)}{\left(x_1^{(e)}-x_2^{(e)}\right)\left(x_1^{(e)}-x_3^{(e)}\right)},\quad N_2^{(e)}(x)=\frac{\left(x-x_1^{(e)}\right)\left(x-x_3^{(e)}\right)}{\left(x_2^{(e)}-x_1^{(e)}\right)\left(x_2^{(e)}-x_3^{(e)}\right)},\quad N_3^{(e)}(x)=\frac{\left(x-x_1^{(e)}\right)\left(x-x_2^{(e)}\right)}{\left(x_3^{(e)}-x_1^{(e)}\right)\left(x_3^{(e)}-x_2^{(e)}\right)}$$

نمودار هر یک از این سه تابع شکل را در بازه‌ی جزء، رسم کنید.

(۳) فرض کنید از خروجی یک شبیه‌سازی اجزای محدود به‌وسیله‌ی نرم‌افزار آباکوس، نمودار تغییرات یک کمیت، مانند جابه‌جایی، در امتداد یک منحنی که بر روی جسم قرار دارد، خواسته شده باشد. چگونه می‌توان چنین نموداری را از فایل خروجی نرم‌افزار به‌دست آورد؟