



(۱) شکل ضعیف معادله دیفرانسیل زیر و شرایط مرزی آن را به دست آورید. روند کامل به دست آوردن شکل ضعیف، نوشته شود.

$$\frac{d}{dx} \left( AE \frac{du}{dx} \right) + 2x = 0 \quad \text{on} \quad 1 < x < 3,$$

$$\sigma(1) = \left( E \frac{du}{dx} \right)_{x=1} = 0.1,$$

$$u(3) = 0.001$$

سپس با استفاده از حل پیشنهادی به صورت

$$u(x) = \alpha_0 + \alpha_1(x-3) + \alpha_2(x-3)^2$$

و تابع وزن  $w(x)$  مشابه آن، حلی برای شکل ضعیف مسأله به دست آورید. بررسی کنید که با حل به دست آمده، آیا معادله دیفرانسیل تعادل و شرایط مرزی طبیعی در شکل قوی ارضا می‌شوند یا خیر؟ پاسخ را شرح دهید.

(۲) مسأله تحلیل تغییر شکل پیوسته یک-بعدی یک میله نازک الاستیک را دوباره در نظر بگیرید. فرض کنید علاوه بر بارگذاری مکانیکی نیروی گسترده‌ی

$q(x)$ ، میدان دمایی  $T(x)$  نیز به میله وارد شود. این میدان دمایی سبب تغییر طول میله می‌شود و رابطه تنش- کرنش محوری به صورت زیر اصلاح می‌شود.

$$\sigma(x) = E(x) \varepsilon(x) - \alpha(x) T(x)$$

در رابطه‌ی بالا  $\alpha(x)$  ضریب انبساط طولی میله است که می‌تواند تابعی از مختصه‌ی طولی  $x$  باشد.

الف- قانون هوک را با رابطه‌ی تنش-کرنش بالا جایگزین کنید و شکل قوی معادله‌ی حاکم را به دست آورید. شرایط مرزی را مانند مسأله‌ی (۱) انتخاب کنید.

ب- شکل ضعیف معادله‌ی حاکم را به دست آورید.