(۱) شباهت و تفاوت المان میله‌ای یک‌بعدی و المان خرپای دوبعدی و سه‌بعدی چیست؟ شرح دهید. هم‌چنین دلیل استفاده از دستگاه مختصات محلی در تدوین فرمول‌بندی المانی برای المان خرپا را شرح دهید.

(۲) فرض کنید دستگاه معادلات جبری اجزای محدود، برای یک دستگاه مکانیکی به‌صورت زیر به‌دست آمده است.

$$[K_{ij}]_{6\times6}\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\\bar{u}_3\\\bar{u}_4\\u_5\\u_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}f_1\\f_2\\r_3\\r_4\\f_5\\f_6\end{bmatrix}$$

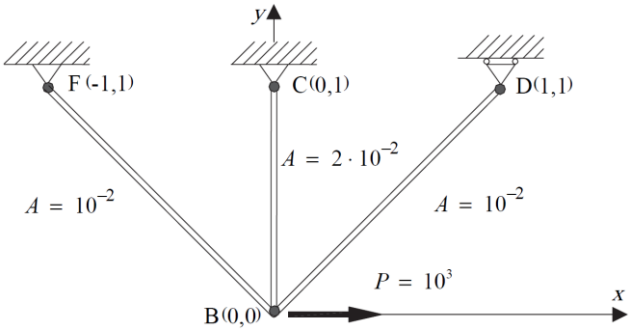
در رابطه‌ی بالا $\bar{u}_3$ و $\bar{u}_4$ جابه‌جایی‌های معلوم و u_1، u_2، u_5 و u_6 جابه‌جایی‌های مجهول هستند. هم‌چنین r_3 و r_4 نیروهای تکیه‌گاهی مجهول و f_1، f_2، f_5 و f_6 نیروهای خارجی معلوم هستند. نشان دهید که چگونه می‌توان با افراز مناسب ماتریس سفتی، دستگاه معادلات را حل نمود.

(۳) برای خرپای سه‌میله‌ای زیر، که مختصات چهار نقطه‌ی آن داده شده است، گره‌های A و B به‌صورت کامل و گره‌ی C در y راستای مقید شده‌اند و نیروی افقی ۱۰۰۰(N) به نقطه‌ی D وارد شده است. مدول یانگ همه‌ی میله‌ها یکسان و برابر $E=10^{11}$(Pa) است. سطح مقطع هر میله در کنار آن در شکل نشان داده شده است. برای حل خرپا به‌روش اجزای محدود؛

الف- ماتریس سفتی کل و بردار نیروی خارجی کل را برای خرپا تشکیل دهید.

ب- با استفاده از روش افراز آرایه‌ها، دستگاه را به‌منظور محاسبه‌ی جابه‌جایی‌های گره‌ای حل کنید.

ج- نیروهای تکیه‌گاهی و تنش و کرنش در هر میله را محاسبه کنید.



(۴) منظور از شکل قوی معادلات حاکم بر یک سیستم چیست؟ برای یک مثال یک‌بعدی نمونه، شکل ضعیف معادلات حاکم بر آن را بنویسید. منظور از شکل قوی و ویژگی‌های شکل قوی را بیان کنید. پاسخ را نوشتن شکل قوی معادلات برای همان مثال یک‌بعدی انتخابی، شرح دهید. نیازی به استخراج معادلات نیست.