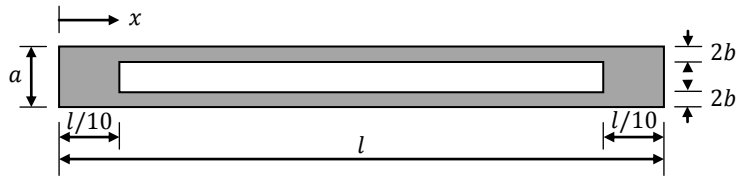
(۱) منظور از عمل‌گرهای گردآوری (gather) و پخش (scattr) چیست؟ به‌صورت کوتاه شرح دهید آرایه‌ای که به‌وسیله‌ی آن عمل‌گرهای گردآوری و پخش انجام می‌شود برای یک عضو (جزء یا المان) از یک سازه‌ی خرپای یک‌بعدی مشخص، چگونه به‌دست می‌آید؟

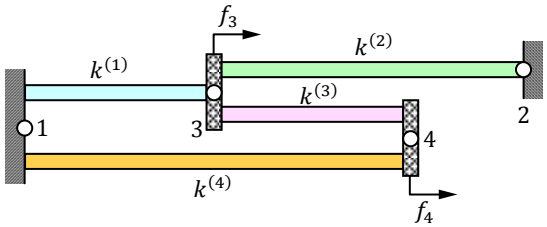
(۲) مفهوم فیزیکی وارون‌ناپذیری ماتریس سفتی چیست؟ با استفاده از یک مثال مکانیکی ساده، پاسخ را شرح دهید.

(۳) نشان دهید سفتی فنری معادل برای میله‌ی حفره‌دار شکل زیر، که ضخامت آن برابر t است، از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

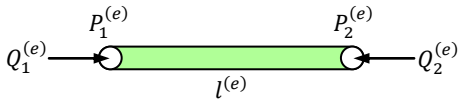
$$k = 5\frac{Etab}{(a+b)l}$$



(۴) در سازه‌ی خرپای یک‌بعدی شکل زیر، گره‌های ۱ و ۲ ثابت هستند (جابه‌جایی معلوم و برابر صفر دارند) و به گره‌های ۳ و ۴ نیروهای معلوم $f_3 = 2k$ و $f_4 = 3k$ وارد می‌شود. ابتدا دستگاه معادلات اجزای محدود را برای این سازه تشکیل دهید. سپس دستگاه را با استفاده از روش افراز ماتریس‌ها حل کنید و جابه‌جایی گره‌های ۳ و ۴ و نیروی واکنش در گره‌های ۱ و ۲ را به‌دست آورید.



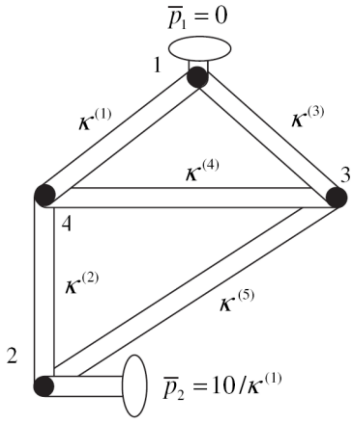
(۵) روش اجزای محدود را برای مسأله‌های به‌جز حوزه‌ی مکانیک جامدات نیز می‌توان به‌کارگرفت. برای نمونه می‌توان مسأله‌ی دبی سیال در یک لوله را مشابه خرپای یک-بعدی، بررسی کرد. یک شبکه‌ی لوله‌کشی را در نظر بگیرید که در آن دبی جریان در هر لوله با افت فشار در لوله متناسب است.



$$Q_2^{(e)} = \kappa^{(e)}\left(P_2^{(e)} - P_2^{(e)}\right)$$

در رابطه‌ی بالا، ضریب $\kappa^{(e)}$ به سطح مقطع لوله و لزجت سیال وابسته است. هم‌چنین بر اساس قانون بقای جرم، لازم است جمع جبری دبی جریان برای یک لوله صفر باشد.

$$Q_1^{(e)} + Q_2^{(e)} = 0$$

با توجه به تشابه معادله‌های بالا با معادله‌های مشابه برای خرپای یک-بعدی (رابطه‌ی نیرو بر حسب جابه‌جایی گره‌ای و تعادل)، ابتدا آرایه‌های المانی را برای یک لوله‌ی نمونه از شبکه به‌دست آورید. سپس برای شبکه‌ی روبرو، دستگاه معادلات اجزای محدود را به‌دست آورده، با استفاده از روش اصلاح آرایه‌ها، دستگاه را حل کنید.

راهنمایی: برای دریافت توضیح بیشتر، بخش (۲-۳) از فصل ۲ کتاب Fish را ببینید.